お天気講座

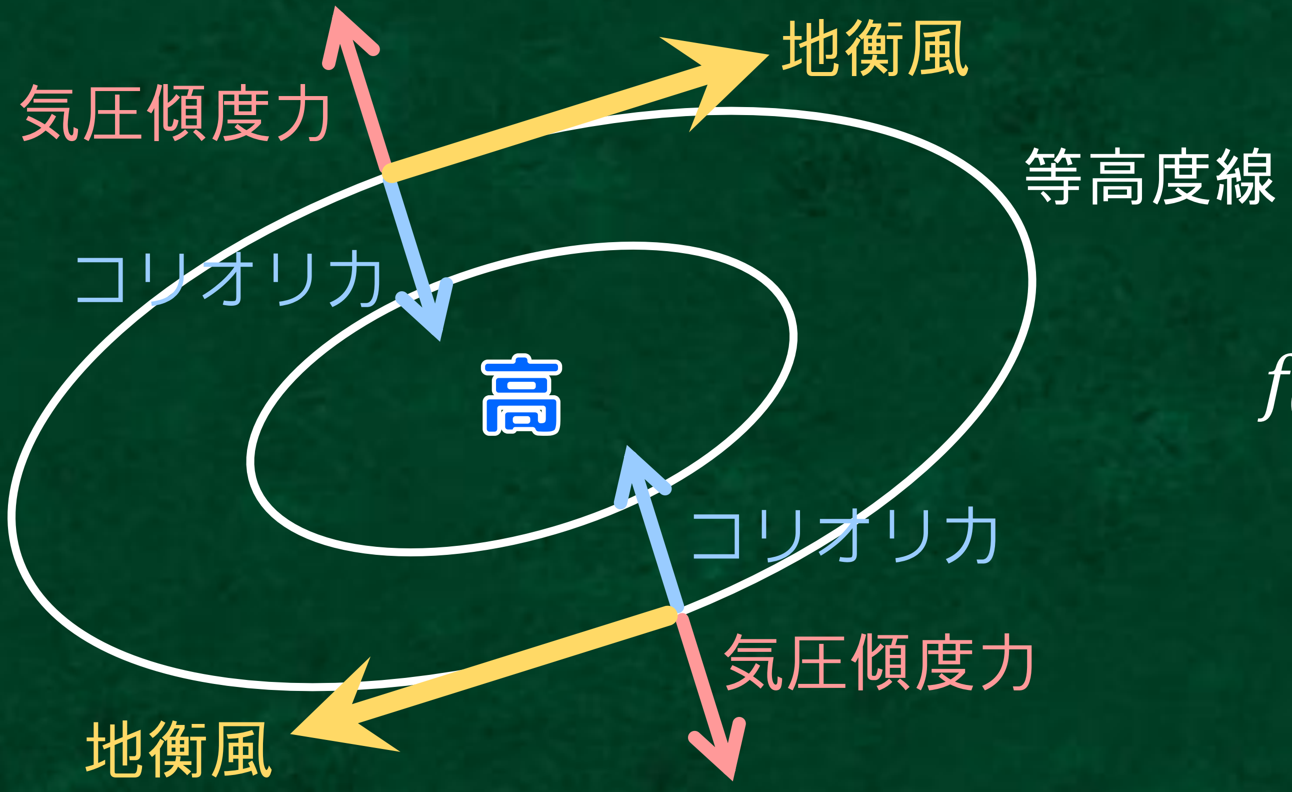
1-① 地衡風と温度風

この資料は Shion SekizawaのYouTubeチャンネルの映像講義
https://youtu.be/6rgEofeGcEU のPDF版スライド資料です

はじめに

- この動画では，日本付近の日々の天気の変化にとって重要となる
水平スケールが数千km程度の総観規模の気象について解説します
- 2部構成となっており，この動画はその第1部です
地衡風から温度風関係までを解説します
- 入門的な解説のつもりですが，初めて気象を学ぶ方にはたぶん向いていません
- 数式を使います
途中の式変形にはあまり時間をかけませんので，
余裕のある方は手で追ってみてください
- 詳細な式変形についていけなくても，
結果の式の意味を理解して頂ければ十分かと思います

✿ 地衡風：気圧傾度力とコリオリ力が釣り合って吹く風



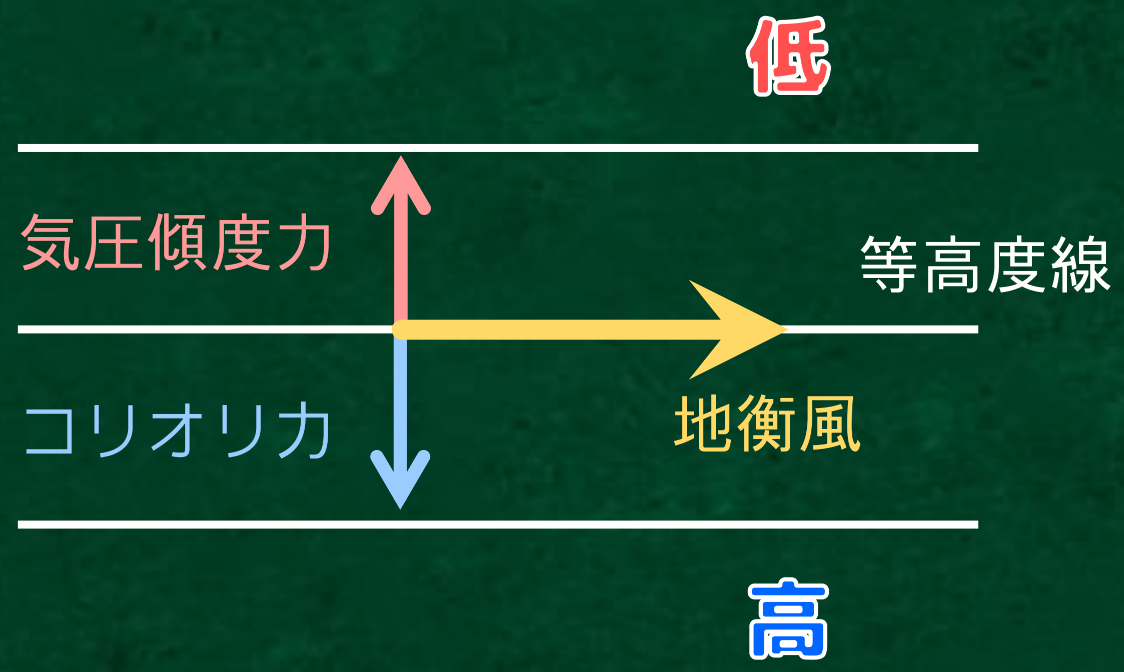
$$f_0 u_g = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \qquad f_0 v_g = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

u_g, v_g：地衡風の東西(x)成分，南北(y)成分

f_0：着目している緯度におけるコリオリパラメータ

Φ：ジオポテンシャル（gz，重力加速度×高度）

地衡風：気圧傾度力とコリオリ力が釣り合って吹く風



南向き　　北向き

$$f_0 u_g = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \qquad f_0 v_g = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

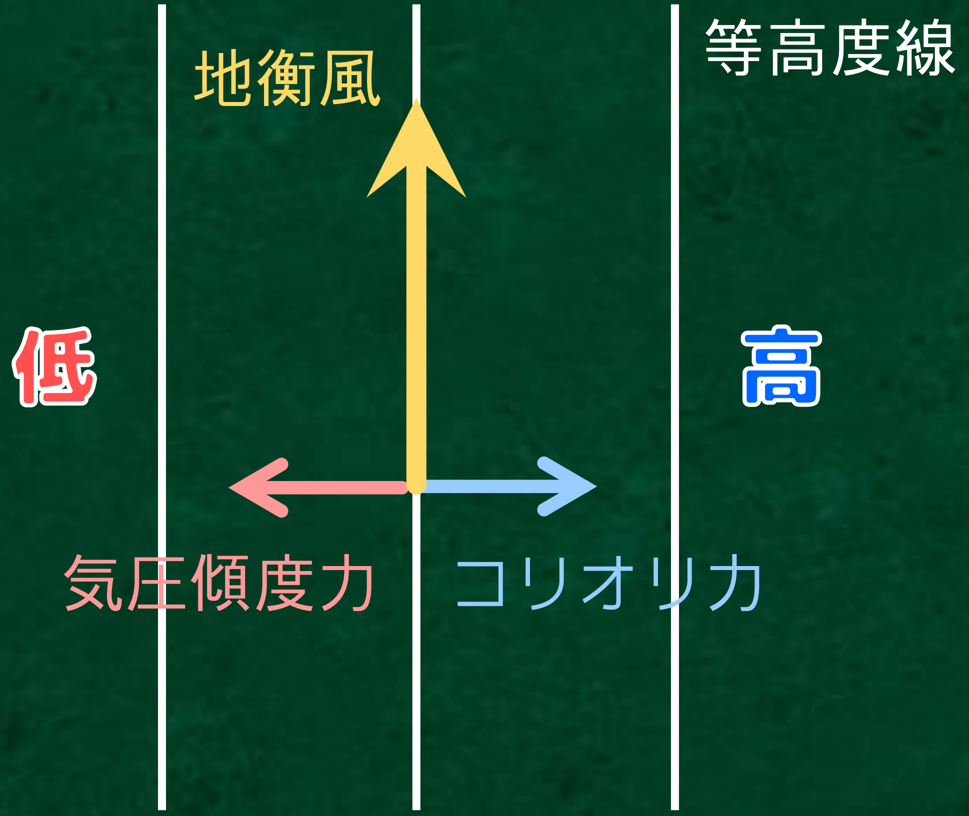
北ほど等圧面高度が低い
→ 西風

u_g, v_g：地衡風の東西(x)成分，南北(y)成分

f_0：着目している緯度におけるコリオリパラメータ

Φ：ジオポテンシャル（gz，重力加速度×高度）

地衡風：気圧傾度力とコリオリ力が釣り合って吹く風



東向き　　西向き

$$f_0 u_g = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \qquad f_0 v_g = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

東ほど等圧面高度が高い
→ 南風

u_g, v_g：地衡風の東西(x)成分，南北(y)成分

f_0：着目している緯度におけるコリオリパラメータ

Φ：ジオポテンシャル（gz，重力加速度×高度）

地衡風は水平非発散

水平発散

$$d_g = \frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{f_0}\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{f_0}\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) = \frac{1}{f_0}\left(-\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial x}\right) = 0$$

→ 水平発散はすべて風の非地衡風成分からもたらされる

鉛直渦度

$$\zeta_g = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{f_0}\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{1}{f_0}\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = \frac{1}{f_0}\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}\right) = \nabla^2\left(\frac{\Phi}{f_0}\right)$$

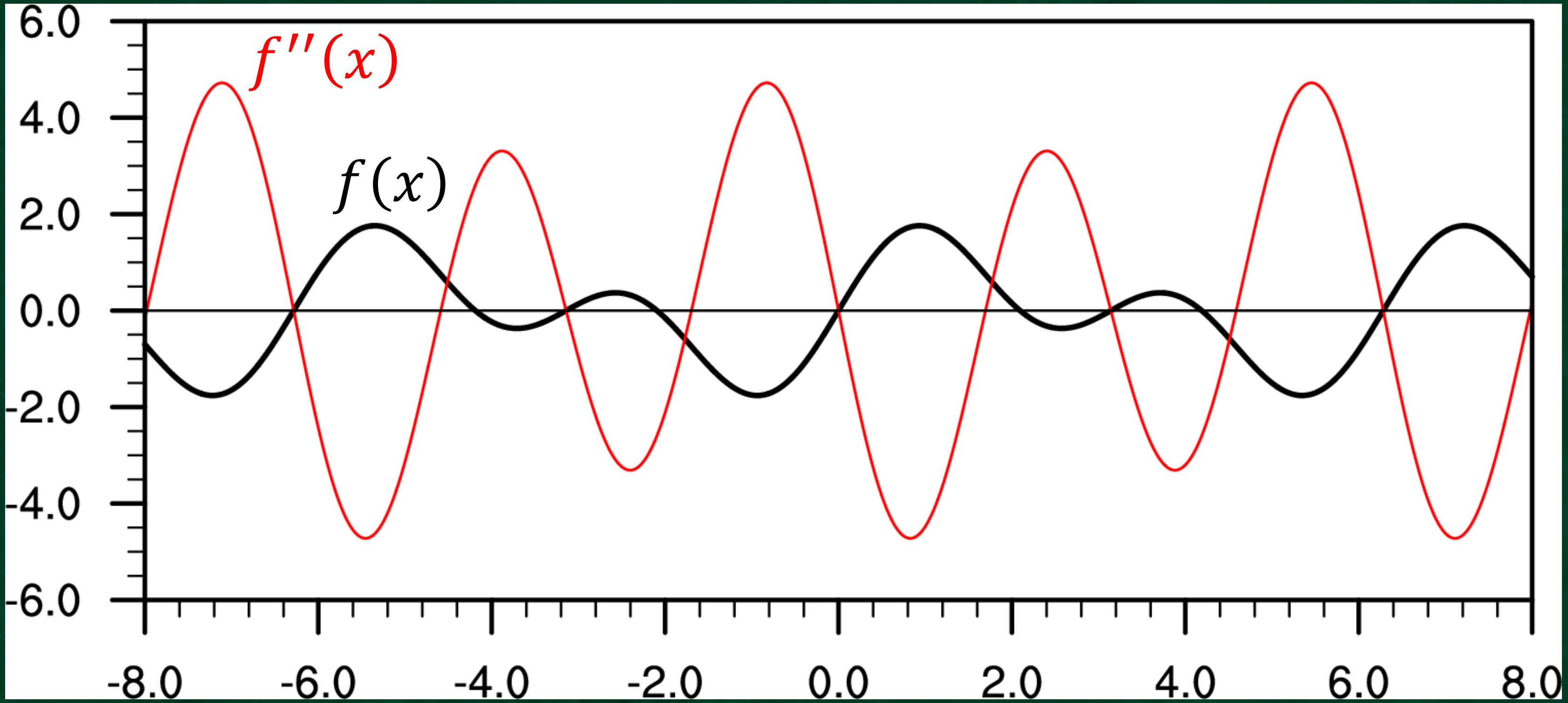
→ 渦度は高度場のラプラシアン（2階微分）に比例

✿ 渦度

$$\zeta_g = \nabla^2 \left(\frac{\Phi}{f_0} \right)$$

ラプラシアン ⇒ 細かい構造を強調，符号が反転

2階微分の例： $f(x) = \sin x + \sin 2x$ → $f''(x) = -\sin x - 4\sin 2x$

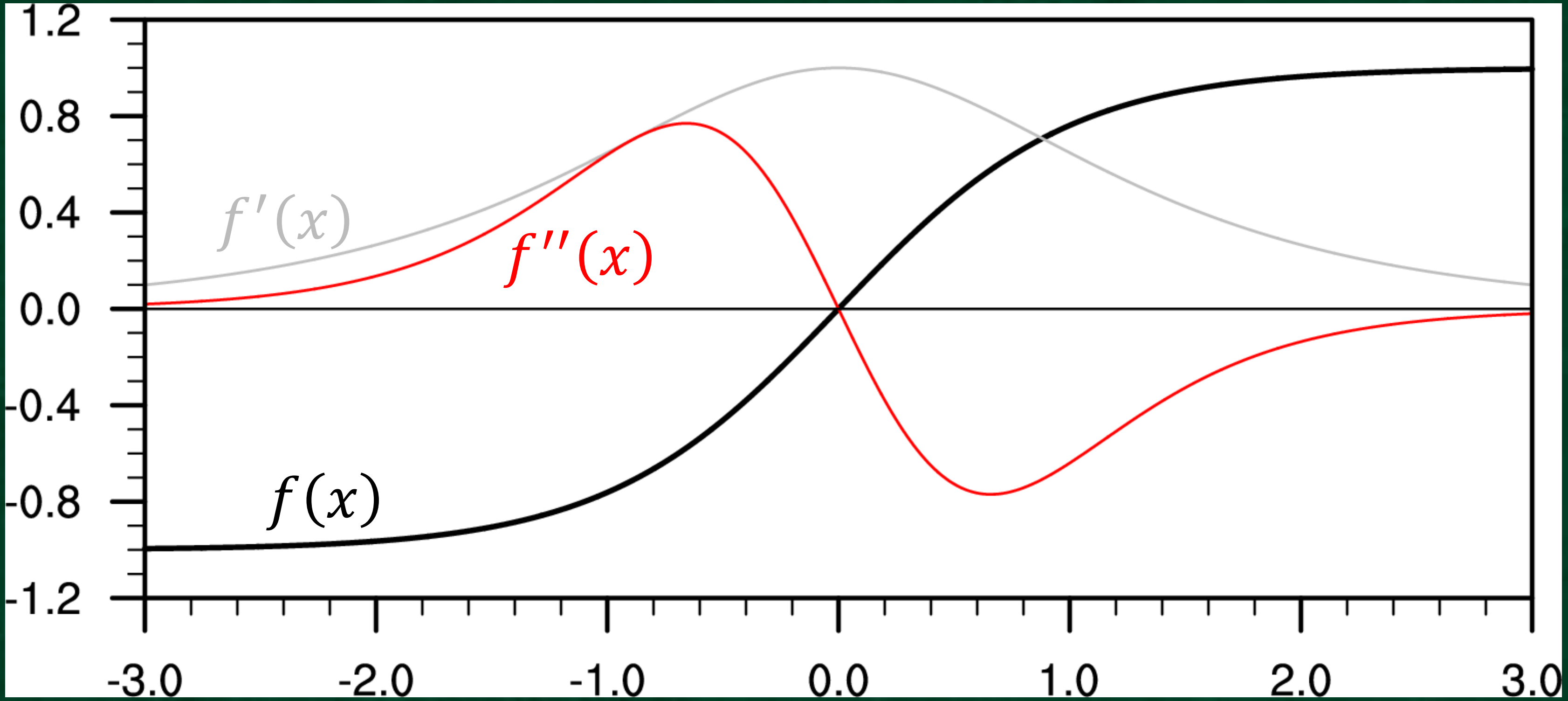


渦度

$$\zeta_g = \nabla^2\left(\frac{\Phi}{f_0}\right)$$

ラプラシアン ⇒ 細かい構造を強調，符号が反転

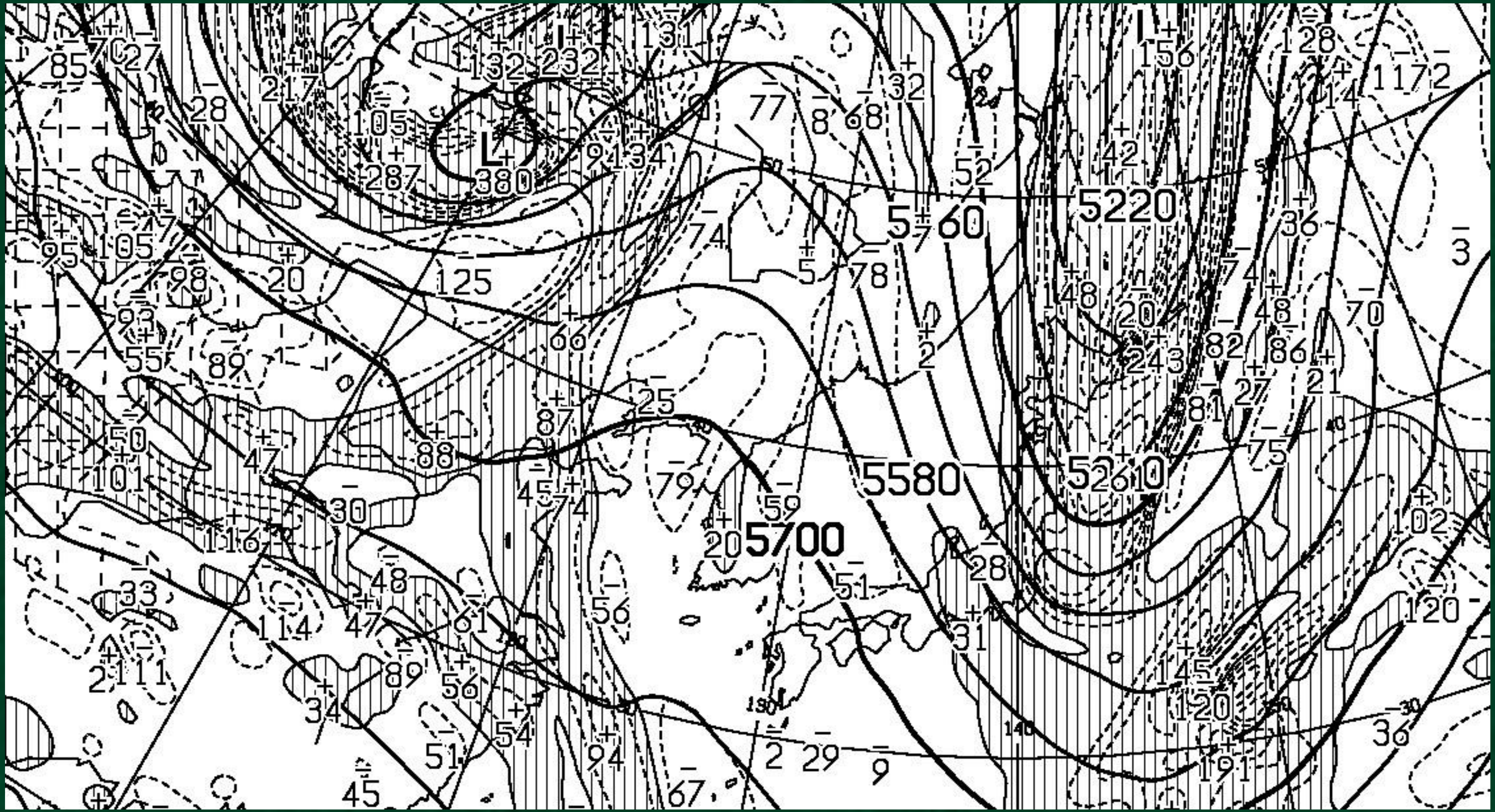
2階微分の例： $f(x) = \tanh x \quad \rightarrow \quad f''(x) = -\frac{2\tanh x}{\cosh^2 x}$



渦度

$$\zeta_g = \nabla^2\left(\frac{\Phi}{f_0}\right)$$

ラプラシアン ⇒ 細かい構造を強調，符号が反転



ある日の500hPa
高度・渦度

気象庁より

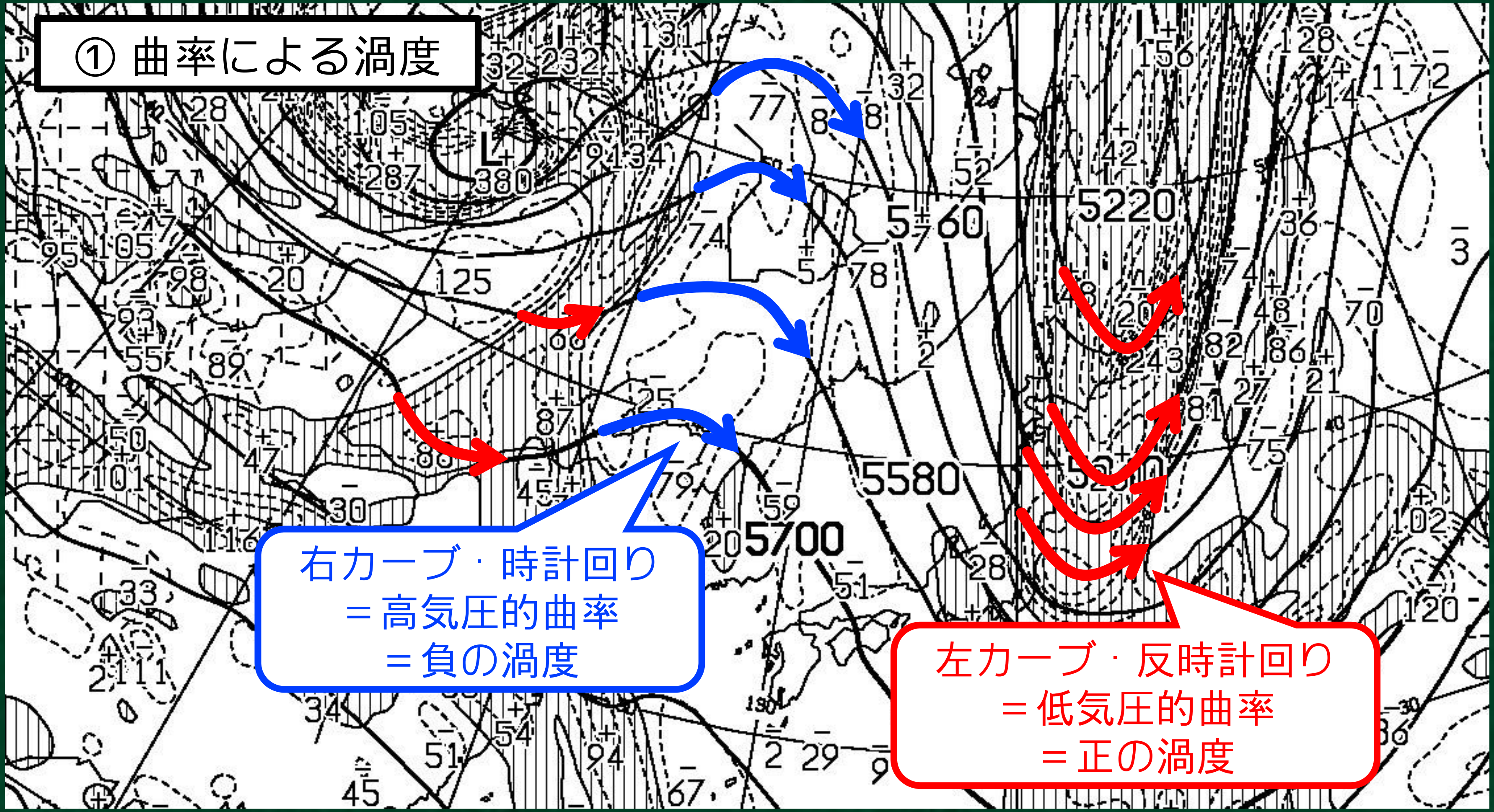
渦度

$$\zeta_g = \nabla^2 \left(\frac{\Phi}{f_0} \right)$$

ラプラシアン ⇒ 細かい構造を強調，符号が反転

||

等高線に沿った風向きの局所的な変化



ある日の500hPa
高度・渦度

気象庁より

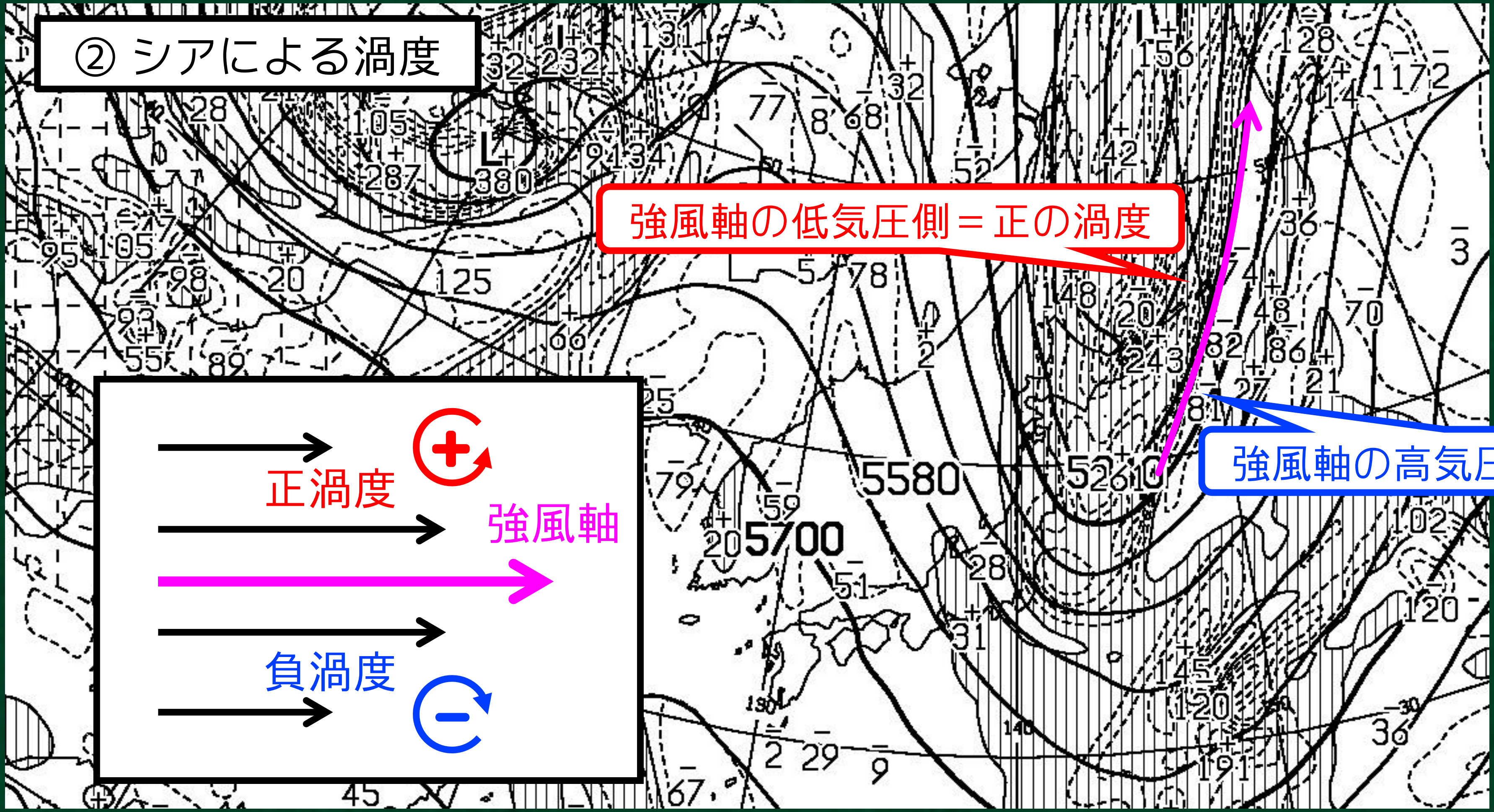
渦度

$$\zeta_g = \nabla^2 \left(\frac{\Phi}{f_0} \right)$$

ラプラシアン ⇒ <u>細かい構造を強調</u>，符号が反転

∥

風の右手側と左手側での局所的な風速変化



ある日の500hPa
高度・渦度

気象庁より

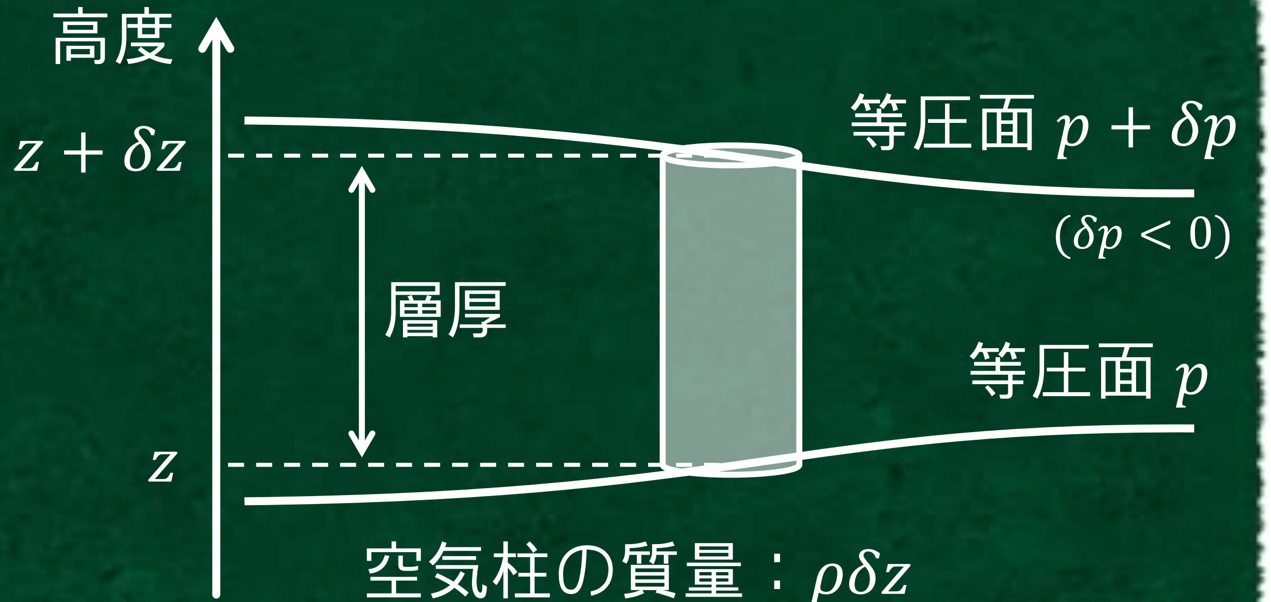
静水圧平衡

$$\delta p = -\rho g \delta z = -\rho \delta \Phi$$

$$\rightarrow \frac{1}{\rho} = -\frac{\partial \Phi}{\partial p}$$

気体の状態方程式 $p = \rho RT$ より，

$$\frac{RT}{p} = -\frac{\partial \Phi}{\partial p}$$



空気柱の質量：$\rho \delta z$

空気柱にはたらく重力：$\rho g \delta z$

単位気圧差に対する層厚は温度が高いほど大きい
（負号は高度座標と気圧座標の向きが逆だから）

T：温度，　ρ：密度，R：気体定数

p：気圧（熱力学的な量であるとともに鉛直座標であることに注意）

Φ：ジオポテンシャル（gz，重力加速度×高度）

温度風関係

地衡風

$$f_0 u_g = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \qquad f_0 v_g = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

静水圧平衡

$$\frac{RT}{p} = -\frac{\partial \Phi}{\partial p}$$

→ 風の場も，温度の場も，ジオポテンシャル Φ によって定まる

・・・逆に言えば，地衡風と温度は互いに勝手に変化できない

→ 地衡風と温度を結びつける式（温度風の関係式）を作ろう

水平微分と鉛直微分の順序は入れ替えても同じなので…

$$\left.\begin{array}{l}\text{地衡風} = \Phi \text{ の水平微分} \\ \text{温度} = \Phi \text{ の鉛直微分}\end{array}\right\} \text{地衡風の鉛直微分} = \text{温度の水平微分}$$

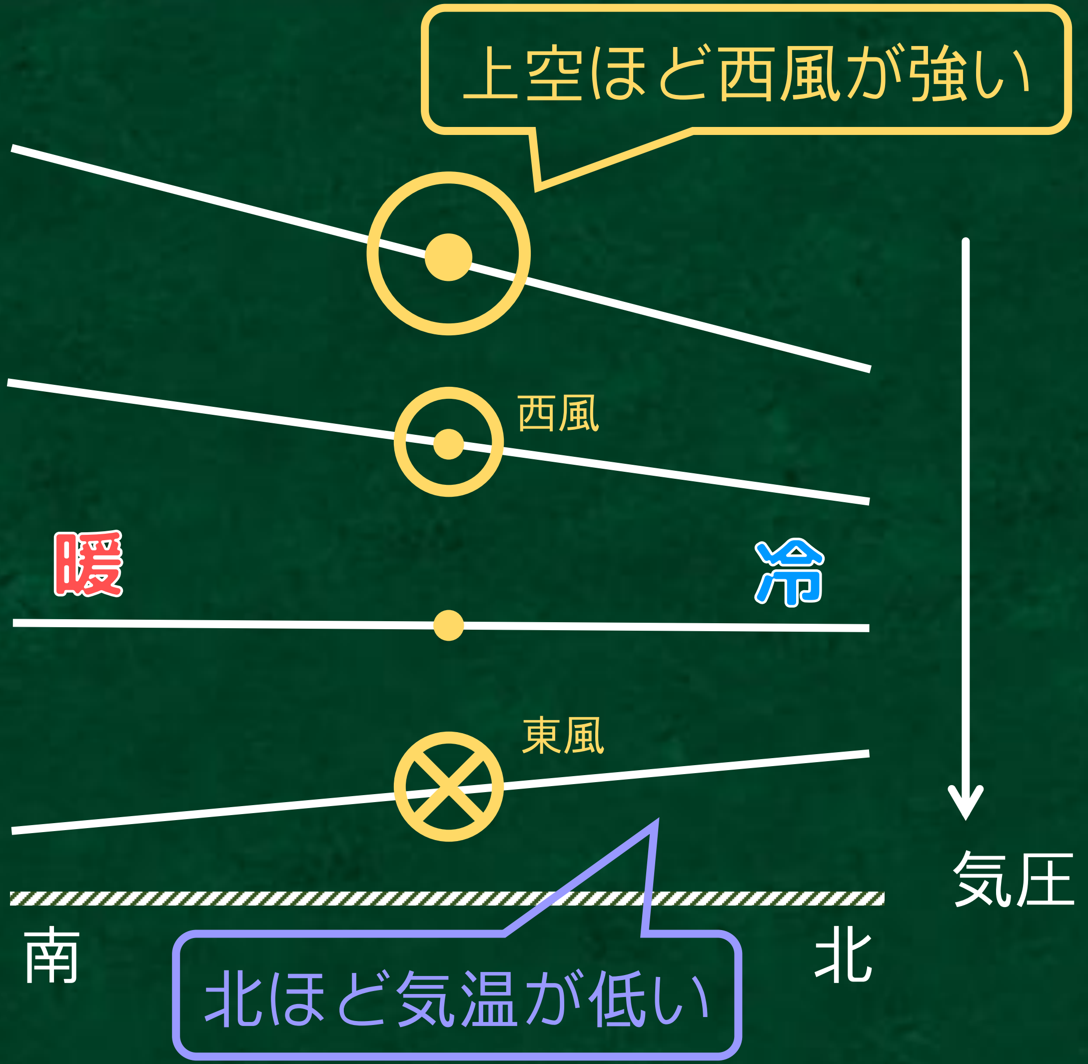
温度風関係

$$\frac{\partial}{\partial p}\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \Phi}{\partial p}$$

$$\frac{\partial}{\partial p}(-f_0 u_g) = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{RT}{p}\right)$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial p} = \frac{R}{f_0 p}\frac{\partial T}{\partial y}$$

負　負



→ 東西風の鉛直シアは，気温の南北勾配に比例
下層から上層への地衡風の変化は，高温側を右手にみる方向

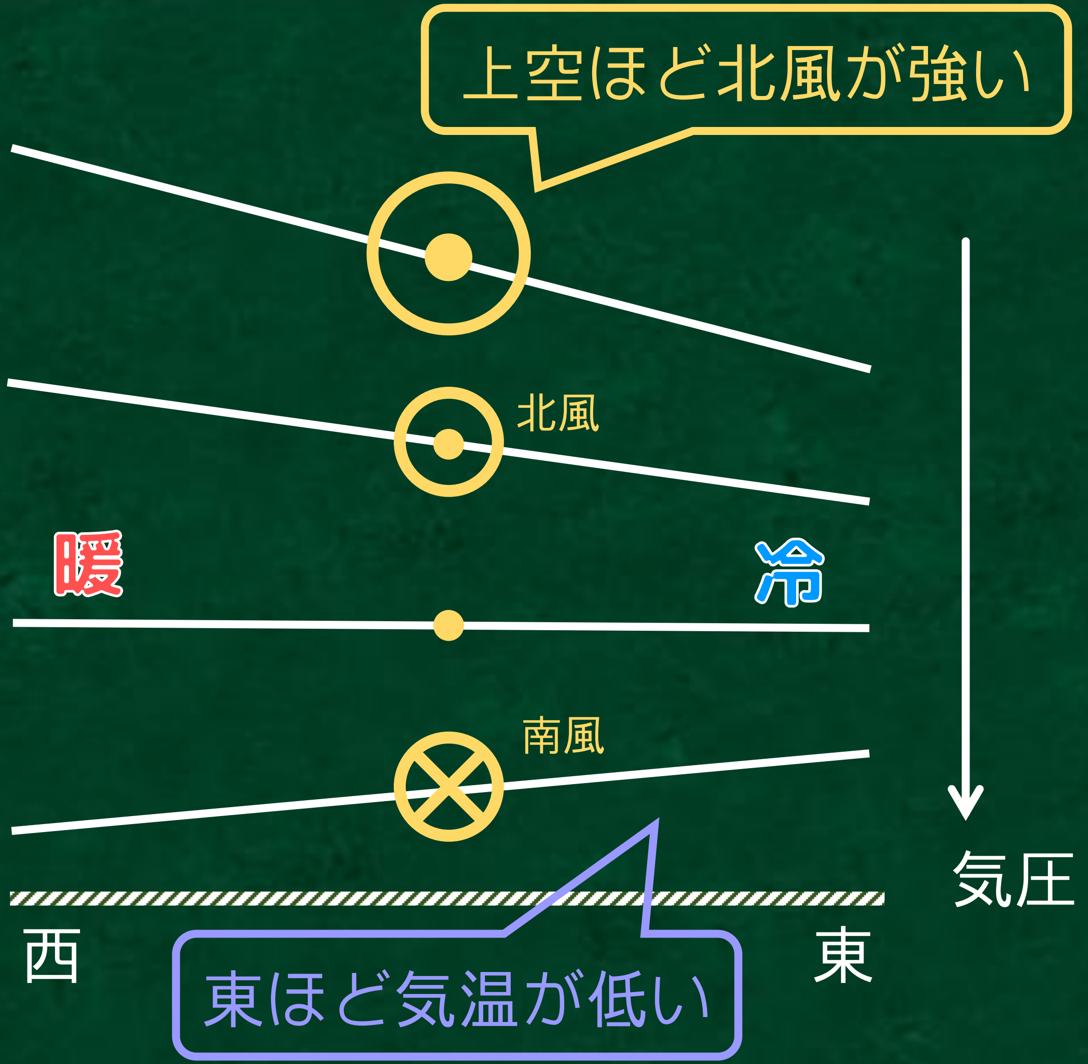
温度風関係

$$\frac{\partial}{\partial p}\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \Phi}{\partial p}$$

$$\frac{\partial}{\partial p}(f_0 v_g) = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{RT}{p}\right)$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial p} = -\frac{R}{f_0 p}\frac{\partial T}{\partial x}$$

正　　負

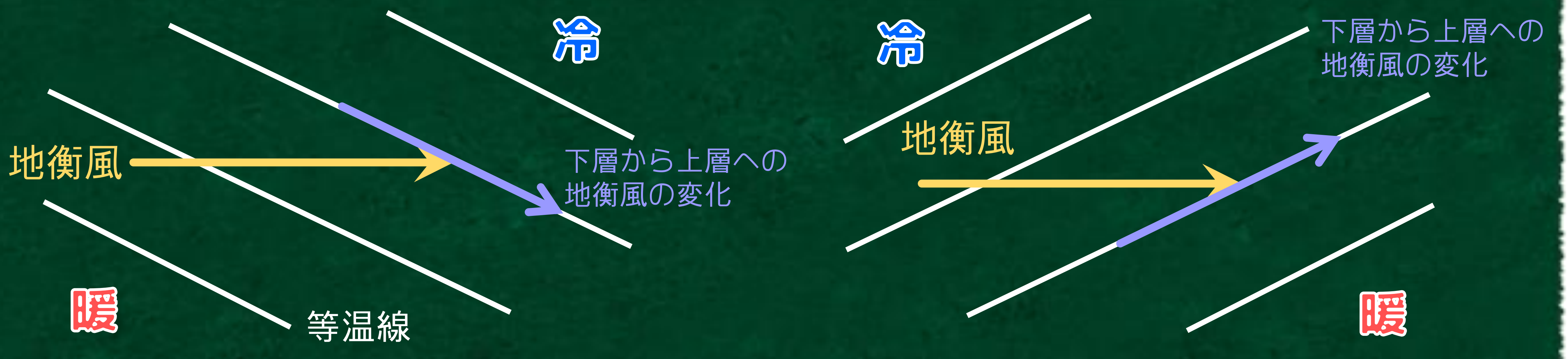


→ 東西風の鉛直シアは，気温の南北勾配に比例
下層から上層への地衡風の変化は，高温側を右手にみる方向

✿ 温度風関係

ベクトルで考える

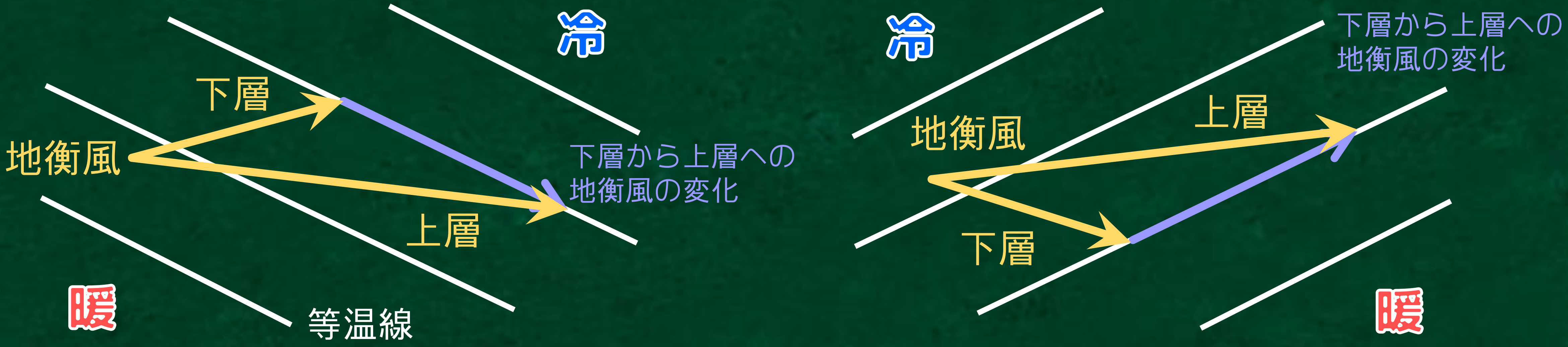
下層から上層への地衡風の変化は，高温側を右手にみる方向



温度風関係

ベクトルで考える

下層から上層への地衡風の変化は，高温側を右手にみる方向



暖気移流

→下層から上層へ風向が時計回りに変化

寒気移流

→下層から上層へ風向が反時計回りに変化

温度風関係

なお，気象予報の世界では温度風の関係式として積分形を用いることが多いようである

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{\partial u_g}{\partial p} dp = \int_{p_1}^{p_2} \frac{R}{f_0 p} \frac{\partial T}{\partial y} dp \qquad \int_{p_1}^{p_2} \frac{\partial v_g}{\partial p} dp = -\int_{p_1}^{p_2} \frac{R}{f_0 p} \frac{\partial T}{\partial x} dp$$

$$u_g(p_2) - u_g(p_1) = \frac{R}{f_0} \frac{\partial}{\partial y} \int_{p_1}^{p_2} T \frac{dp}{p} \qquad v_g(p_2) - v_g(p_1) = -\frac{R}{f_0} \frac{\partial}{\partial x} \int_{p_1}^{p_2} T \frac{dp}{p}$$

$$u_g(p_2) - u_g(p_1) = \frac{R}{f_0} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \qquad v_g(p_2) - v_g(p_1) = -\frac{R}{f_0} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}$$

$$\bar{T} = \frac{1}{\ln(p_2/p_1)} \int_{p_1}^{p_2} T d \ln p$$ ：気圧面 p_1，p_2 間の平均気温（対数気圧重み付き）

まとめ

- 中高緯度上空における総観規模の風はほぼ地衡風である
- 地衡風はジオポテンシャル（～高度）の場から一意に定まる
- 地衡風は水平非発散である
- 地衡風の渦度はジオポテンシャルのラプラシアンに比例する
  （ラプラシアンは細かい構造を強調し，符号を反転させる性質をもつ）
- 静水圧平衡より，温度はジオポテンシャルの鉛直微分に比例する
- 温度と地衡風がどちらもジオポテンシャルと関係する
  両者は温度風関係によって結びつく
- 温度風関係：地衡風の鉛直シアは水平温度勾配に比例し，
  地衡風は下層から上層に向かって高温側を右手にみる向きに変化

→ 第2部では地衡風の時間変化を考えます